Electrònica

Apunts i exercicis

Mario Vilar

20 de gener de 2023

Índex

1 Conceptes bàsics per a l'anàlisi de circuits **2**

1.1 Corrent, intensitat i tensió 2

1.2 Kirchhoff 4

1.3 Thevenin-Norton 6

1.4 Principi de superposició 8

1.5 Aplicacions amb components passius 11

1.6 Fonts sinusoidals 11

1.7 Problemes finals 13

2 Díodes **15**

2.1 El díode com a element 15

2.2 Circuits amb díodes 20

2.3 Díode LED 21

3 Transistors MOSFET **21**

3.1 MOSFET d'acumulació 21

4 Amplificadors **25**

5 Conversions **25**

1 Conceptes bàsics per a l'anàlisi de circuits

1.1 Corrent, intensitat i tensió

Algunes partícules posseeixen propietat de càrrega. Les càrregues s'apliquen una força mútua. Les càrregues en un camp de força tendeixen a desplaçar-se i tindran una certa energia potencial que dependrà de la posició. En un circuit elèctric s'utilitza un generador d'energia elèctrica per fer moure les càrregues a través d'un circuit. Les càrregues aniran canviant, perdent el potencial elèctric a mesura que circula pel circuit travessant les seves components. Les components són les que realitzen operacions sobre les variables elèctriques i proporcionen la funcionalitat del circuit.

Definició 1.1 (Corrent). Quantitat de càrrega que passa per un punt del circuit per unitat de temps:

$$I = \frac{dq}{dt} \text{ en Amperis, } C/s. \tag{1.1}$$

Posseeix una direcció donada pel sentit de moviment de les càrregues i s'indica per una fletxa.

Definició 1.2 (Diferència de tensió). És la variació d'energia potencial d'una càrrega unitària (1 C) entre dos punts del circuit. Les seves unitats són $J/C = V$.

Es parla de tensió en un punt quan es pren sempre el mateix punt de referència per a tot el circuit.

Definició 1.3 (Font).

- De tensió: Genera una diferència de tensió determinada independentment del corrent que circula.
- De corrent: Genera una corrent independentment del potencial requerit.

Definició 1.4 (Resistència). Com el seu propi nom indica, es resisteix al pas del corrent. Es dissipa energia, en efecte, quan es travessa la resistència; és a dir, disminueix el potencial en el sentit del corrent. La seva equació característica ve donada per la llei d'Ohm:

$$V_1 - V_2 = R \cdot I_{1\to 2}, \quad \text{unitats: } \Omega = \frac{V}{A}. \tag{1.2}$$

La resistència depèn del material específic i de les seves dimensions. Si la resistència és alta, passa menys corrent per a la mateixa energia.

La combinació de resistències es pot donar en sèrie o en paral·lel. Si és en sèrie, I és comú i ΔV és la suma de totes les ΔV_{R_i}. Quan és en paral·lel, ΔV és comuna i I és la suma de totes les I_i:

$$\begin{aligned} R_S &= R_1 + \cdots + R_N = \sum_{i=1}^{N} R_i \\ \frac{1}{R_P} &= \frac{1}{R_1} + \cdots + \frac{1}{R_N} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i} \end{aligned} \tag{1.3}$$

Observació 1.5. Si $R_j \gg R_k$, on R_k són tots els altres resistors tals que $R_{eq} \approx R_j$, el resistor més «potent» guanya. Si $R_j \ll R_k$, on R_k són tots els altres resistors tals que $R_{eq} \approx R_j$, el resistor més «dèbil» guanya.

Als gràfics de les fonts de tensió i les fonts de corrent es pot veure clarament el comportament dels primers dispositius que hem descrit. En el cas de les fonts de tensió, donen una tensió independentment de la intensitat que s'ha de generar, mentre que, en el cas de les fonts de corrent, generen una intensitat independentment de la tensió necessària per generar-la. Realment, hi ha limitacions tecnològiques que fan que les fonts no puguin donar una intensitat o una tensió de manera il·limitada.

Definició 1.6 (Resisitivitat). Es denota per ρ i és única de cada material que no depèn de les dimensions:

$$\begin{gathered} V_1 - V_2 = R \cdot I_{1\to 2} \qquad P_1 - P_2 = R \cdot \Phi_{1\to 2} \\ R = \frac{L}{\sigma \cdot S} = \rho \frac{L}{S} \quad R = (8\eta\pi)\frac{L}{S^2} = \rho\frac{L}{S^2}. \end{gathered} \tag{1.4}$$

Definició 1.7 (Condensador). Com el seu propi nom indica, és un emmagatzemador d'energia elèctrica que s'aconsegueix acumulant càrregues.

- Generalment consisteix en dues plaques conductores separades per un material no conductor. És possible emmagatzemar càrrega dins les plaques.
- Les càrregues mai no travessen el component.
- Si en una placa s'acumula $+q$, en l'altra serà de $-q$. Per tant, hi haurà una diferència de potencial.

La seva equació característica és la següent:

$$C = \frac{q}{V_c}, \quad \text{unitats: faradi } (F = C/V) \tag{1.5}$$

on C és la capacitat (que depèn de cada material i propietats geomètriques), q la càrrega i V_c la diferència de potencial. En el cas d'una capacitat de plaques plano-paral·leles:

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}, \tag{1.6}$$

on d correspon a la distància entre plaques i ε és la permitivitat de l'aïllant.

Si per un terminal entra $I_C = \frac{dq}{dt}$ s'aniran acumulant càrregues en aquella placa. Al seu torn, sortirà I_C per l'altra placa, acumulant la mateixa càrrega canviada de signe.

$$dq = I_C \cdot dt \implies q - q_0 = \int_0^t I_C \cdot dt \iff i_C = C\frac{dV_C}{dt}. \tag{1.7}$$

Si no hi ha variació temporal, $I = 0$.

Definició 1.8 (Bobina). El seu comportament es basa en el fenomen experimental d'inducció electromagnètica. Al variar en el temps, la corrent que circula per un cable enrotllat es genera una diferència de tensió entre els seus terminals:

$$V_L = V_1 - V_2 = L\frac{dI_{1\to 2}}{dt} = L\frac{dI_L}{dt}. \tag{1.8}$$

- L és la inductància de la bobina.
- L depèn de factors com el nombre de voltes i el material sobre el qual s'enrotlla.
- Per a un solenoide:

$$L = ct\frac{n^2 \cdot \mu \cdot S}{l}. \tag{1.9}$$

Observació 1.9 (Observacions sobre les bobines).

- I_L no pot canviar instantàniament, ja que V_L no pot ser infinita.
- Si no hi ha variació de I_L amb el temps, $V_L = 0$. Per tant, és com si fos un fil de connexió entre components.
- És també un magatzem d'energia: a causa del camp magnètic que es crea al voltant conductor.

L'energia generada pot transformar-se o emmagatzemar-se en els diferents components. En aquest sentit, aquesta energia es pot calcular com:

$$P = I \cdot \Delta V = I^2 \cdot R = \frac{\Delta V^2}{R}, \tag{1.10}$$

on I és el corrent que travessa l'element, ΔV és la diferència de tensió entre borns de l'element.
Amb l'aplicació d'aquestes lleis podrem resoldre circuits. És a dir, obtenir totes les diferències de tensions i corrents del circuit.

1.2 Kirchhoff

Definició 1.10 (Kirchhoff, preliminars).

- Node: punt d'unió entre dos o més branques. Per a les lleis, seran importants les de tres o més.
- Branca: element del circuit entre dos nodes consecutius.
- Malla: conjunt de branques que formen un circuit tancat (sense passar dues vegades per la mateixa branca).

Teorema 1.11 (Llei de nodes o corrents). *La suma amb signe de corrents concurrents a un mateix node és nul·la (principi de conservació de la massa). Dit d'una altra manera, la suma de corrents entrants a un node és igual a la suma de corrents sortints.*

$$\sum_{entren} i + \sum_{surten} i = 0. \tag{1.11}$$

Teorema 1.12 (Llei de malles o d'energia). *La suma de les diferències de tensions en els elements del circuit trobats al recórrer una malla en una direcció ha de ser nul·la (principi de conservació de l'energia).*

Observació 1.13. S'ha de tenir en consideració el signe de la variació de tensió en l'element en el sentit recorregut de la malla:

- Prendre'l positiu si augmenta la tensió en el sentit de la malla i negatiu si disminueix.
- En elements passius (com resistències), prenem que la tensió disminueix en el sentit del corrent (com si es dissipés energia en el sentit del corrent).

Procés 1.14 (Aplicació de les lleis a la resolució de circuits).

1. *Assignar un corrent (nom i direcció arbitrària) a cada rama completa del circuit. Són les incògnites que resoldrem.*
2. *Apliquem la primera llei on hi hagi tres o més branques (sol descartar-se terra).*
3. *El nombre d'equacions total ha de ser igual al nombre de corrents. Escollim un nombre de malles tal que el nombre d'equacions sigui igual al de corrents i recorrin tot el circuit.*
4. *Apliquem la segona llei a aquestes malles i resolem les equacions resultants.*
5. *Una vegada resolt el circuit (obtenim els corrents), podem calcular totes les diferències de tensions entre qualssevol dels punts del circuit: sumem diferències de tensions des la referència fins el punt on volem saber la tensió.*
6. *En cas que tinguem fonts de corrent en la branca on es troba, la incògnita no és la intensitat global, sinó la diferència de tensió en la font (I_f).*

Exemple 1.15. Considerem el primer circuit de la següent figura. Considerem el voltatge inicial $V_{in} = (R_1 + R_2)I$ i el voltatge final entre els terminals A i B és $V_{out} = R_2 \cdot I$. Per tant:

$$V_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{in}. \tag{1.12}$$

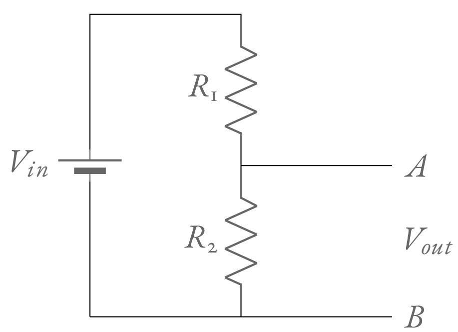


Figura 1: Primer circuit de l'exemple

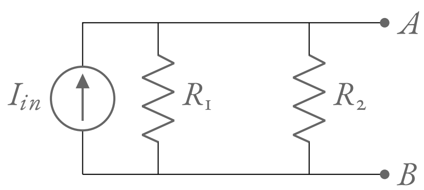


Figura 2: Segon circuit de l'exemple

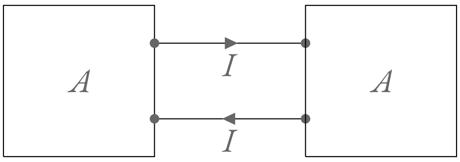
A la vegada, prenem el segon circuit. El corrent de sortida està dividit entre dos resistors i està donat per $I_{in} = I_1 + I_2 = V(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$. El voltatge a la sortida és $V = I_{out} R_2$. Per tant, el corrent de sortida és:

$$\left(\frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}\right)^{-1} I_{in} = V \implies I_{out} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_{in}. \tag{1.13}$$

En aquest exemple hem aplicat llei de conservació del corrent per una banda i llei de conservació de l'energia per l'altra.

1.3 Thevenin-Norton

Suposem que volem estudiar una part d'un circuit, que anomenarem xarxa B. És possible substituir la resta de components del circuit (xarxa A) per un circuit equivalent que, a l'efecte del càlcul, només consta d'una resistència i una font:



El teorema de Thévenin estableix que qualsevol xarxa lineal, respecte d'un parell de terminals, pot substituir-se per un generador de tensió Vth en sèrie amb una resistència R_{th}. V_{th} es pot determinar fàcilment, ja que és igual a la tensió en circuit obert. Per trobar R_{th} (o bé zth, si estem en AC), hem de curtcircuitar les fonts de tensió independents ($V = 0$) i obrir el circuit en tots els punts on hi hagi una font de corrent també independent ($I = 0$). A continuació introduirem els teoremes de Thevénin i Norton, que serveixen per simplificar una part d'un circuit. Ens permet resoldre el circuit total posteriorment de manera més senzilla i, per norma general, la part simplificada no contindrà la part del circuit d'interès.

Teorema 1.16 (Teorema de Thevenin). *Qualsevol xarxa lineal d'un circuit, respecte un parell de terminals, pot substituir-se per un generador de tensió (V_{th}) i una resistència en sèrie (R_{th}).*

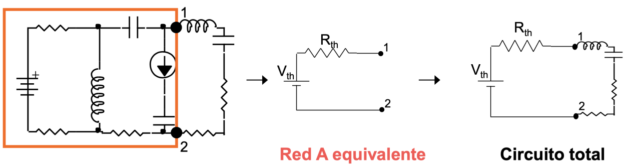


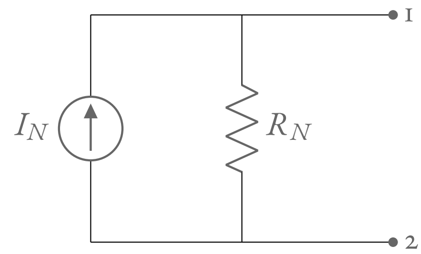
Figura 3: Teorema de Thevenin

Procés 1.17 (Com s'obtenen V_{th} i R_{th}).

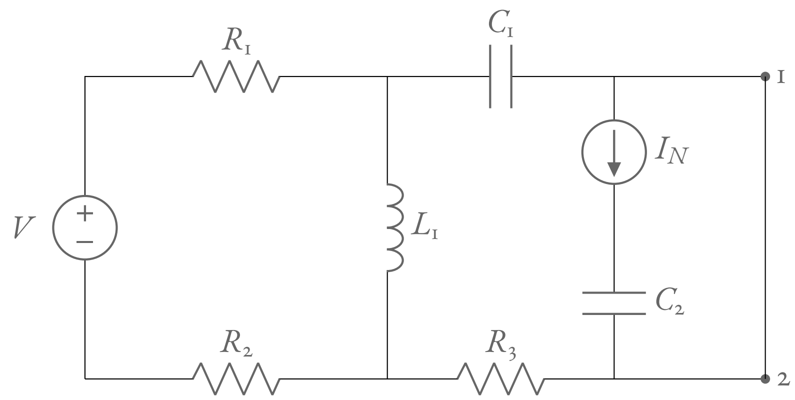
1. *Obtenim V_{th} eliminant la xarxa B pels punts 1 i 2, V_{th} coincideix amb la diferència de tensió de 1 respecte de 2.*

2. *Obtenim R_{th} entre els punts 1 i 2 eliminant la xarxa B i eliminant les fonts (tant de corrent com de tensió). Eliminar les fonts implica curtcircuitar les fonts de tensió i deixar oberta la branca on hi ha fonts de corrent.*

Teorema 1.18 (Norton). *Semblant al de Thevenin, però ara la xarxa A se substitueix pel següent:*



1. *R_N s'obté de la mateixa manera que R_{th}.*
2. *I_N s'obté eliminant la xarxa B i unint els nodes 1 i 2. I_N coincideix amb el corrent que passa per aquesta unió.*



Si es coneix un dels dos circuits equivalents, és fàcil calcular l'altre equivalent. S'ha d'utilitzar:

$$R_{th} = R_N \quad V_{th} = R_{th} \cdot I_N. \tag{1.14}$$

Exemple 1.19 (Resolem un exemple Thevenin). Trobem les components de Thevenin equivalents V_{th} i R_{th} per al circuit següent:

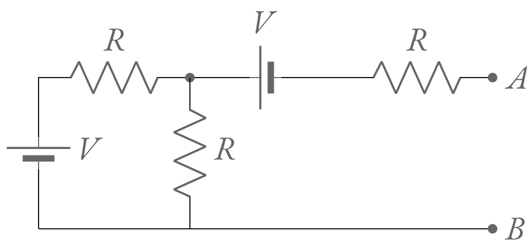


Figura 4: Circuit a resoldre per Thevenin

Acurtant les fonts de tensió V obtenim dues resistències en paral·lel, que estan en sèrie amb un tercer resistor:

$$R_{th} = R + \frac{RR}{R+R} = \frac{3}{2}R. \tag{1.15}$$

Per al circuit obert, la tensió resultant ens dona V_{th}, i no hi ha *flows* des del node que ajunta els dos resistors a A. Per tant, A té $-V$ relatiu a aquest node. Al voltant del *loop* interior, $V_{loop} = \frac{V}{2}$:

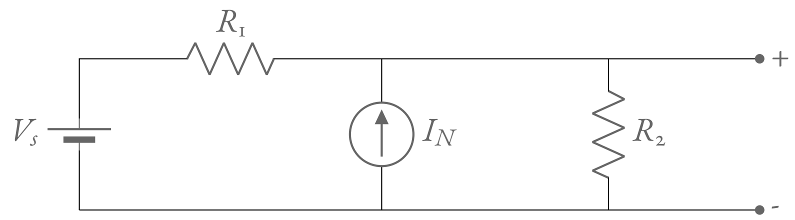
$$V_{AB} = V_{loop} - V = -\frac{V}{2}. \tag{1.16}$$

1.4 Principi de superposició

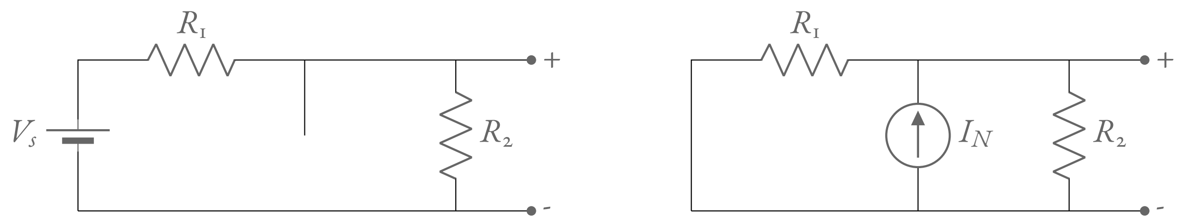
Aquest principi ens permet resoldre circuits lineals amb moltes fonts de manera senzilla. Així, podem resoldre un circuit amb moltes fonts desconnectant totes les fonts excepte una i resolent el circuit per aquesta font. Repetirem el procediment amb totes les fonts de què consta el circuit i, finalment, sumarem les respostes. El principi de superposició ens permet dividir la resolució d'un circuit amb diverses fonts en diversos circuits més simples.

Teorema 1.20 (Principi de superposició). *La solució (els potencials i els corrents) d'un circuit lineal amb múltiples fonts es pot obtenir com la suma de les solucions del mateix circuit amb cadascuna de les fonts (eliminant les altres fonts).*

Exemple 1.21. Ens donen el següent circuit:

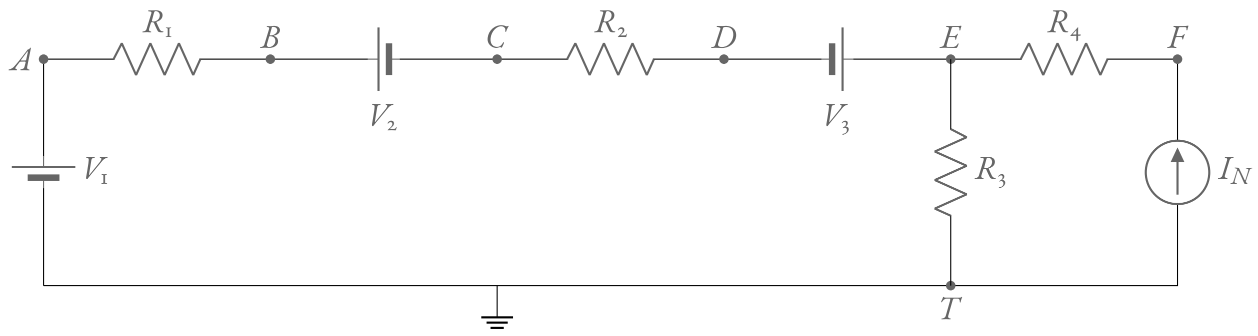


Podem simplificar-lo en els següents:



$$V_0 = V_1 + V_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2}V_x + \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}I_x = \frac{R_2}{R_1+R_2}(V_x + R_1I_x). \tag{1.17}$$

Exercici 1.22. *Resoleu el circuit fent ús del principi de superposició per obtenir el potencial en el punt E, V_E:*



Demostració. Amb circuits amb elements lineals, sempre podem fer ús del principi de superposició per resoldre el problema per parts més senzilles de resoldre (només hem de resoldre circuits amb una única font). En aquest circuit tenim quatre fonts. Per tant, haurem de resoldre 4 circuits. Haurem d'obtenir VE per cadascun d'aquests circuits simplificats i el resultat final total (de tot el circuit original) coincideix amb la suma d'aquests quatre valors.

Per tant, comencem amb la font V_1, eliminant la rest de fonts. Recordem que eliminar fonts de tensió significa curtcircuitar-les (és a dir, eliminem la font i connectem amb un cable conductor els dos terminals del circuit a on es connectava la font). Mentre que eliminar una font de corrent significar treure la font i deixar la branca on era connectada en circuit obert (no circula corrent). Per tant, el circuit queda en aquest cas com:

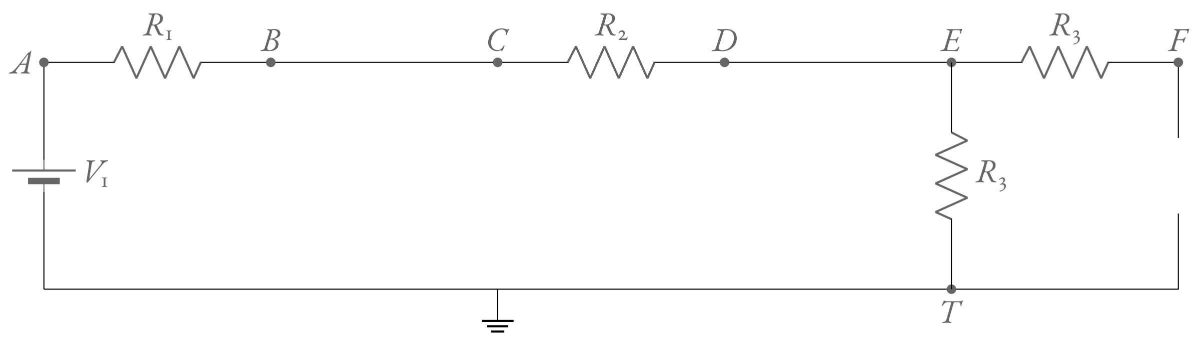
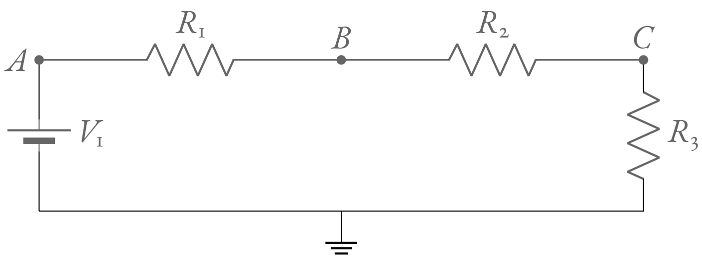


Figura 5: Circuit sense la font de corrent i totes les de tensió menys V_1.

Si no circula corrent per la malla de R_4, no farà falta tenir en compte aquesta branca oberta, ja que no afectarà per res al circuit. I la resolució és molt més senzilla que abans ja que només tenim una malla. En aquest cas, el circuit esdevé:

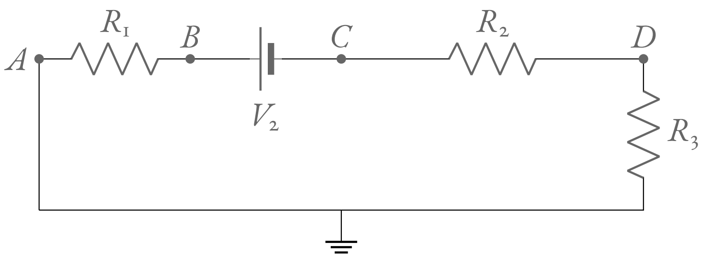


$$\begin{aligned} A &= V_1 \\ B &= V_1 - R_1 \cdot I \\ C &= B - R_2 \cdot I \\ D &= C - R_3 \cdot I \end{aligned} \tag{1.18}$$

Figura 6: Primer circuit

Per tant, $V_1 - R_1 \cdot I - R_2 \cdot I - R_3 \cdot I = 0$. La nostra incògnita és I i l'aïllem:

$$I = \frac{V_1}{R_1 + R_2 + R_3} \implies V_{E1} = \frac{V_1}{R_1 + R_2 + R_3} R_3. \tag{1.19}$$

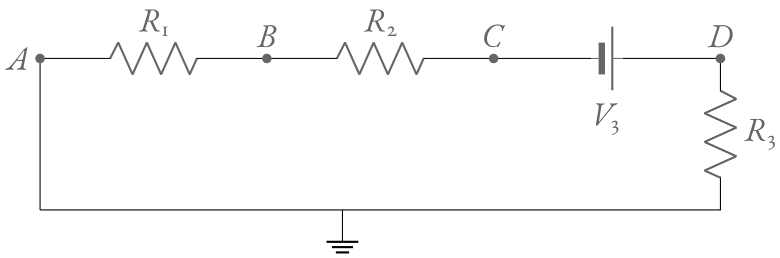


$$\begin{aligned} A &= 0 \\ B &= -R_1 \cdot I \\ C &= -V_2 - R_1 \cdot I \\ D &= C - R_2 \cdot I \\ E &= D - R_3 \cdot I \end{aligned} \tag{1.20}$$

Figura 7: Segon circuit

Per tant, $-V_2 - R_1 \cdot I - R_2 \cdot I - R_3 \cdot I = 0$. La nostra incògnita és I i l'aïllem:

$$I = \frac{-V_2}{R_1 + R_2 + R_3} \implies V_{E2} = \frac{-V_1}{R_1 + R_2 + R_3} R_3. \tag{1.21}$$



$$\begin{aligned} A &= 0 \\ B &= -R_1 \cdot I \\ C &= -R_2 \cdot I - R_1 \cdot I \\ D &= C + V_3 \\ E &= D - R_3 \cdot I \end{aligned} \tag{1.22}$$

Figura 8: Tercer circuit

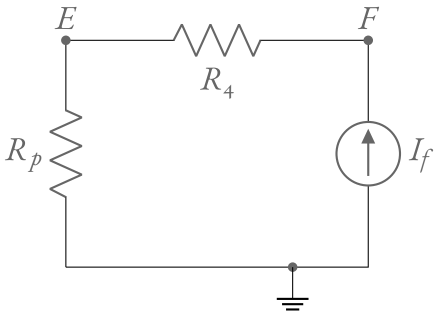
Per tant, $V_3 - R_1 \cdot I - R_2 \cdot I - R_3 \cdot I = 0$. La nostra incògnita és I i l'aïllem:

$$I = \frac{V_3}{R_1 + R_2 + R_3} \implies V_{E3} = \frac{V_3}{R_1 + R_2 + R_3} R_3. \tag{1.23}$$

Ara solamente ens queda resoldre la font de corrent. Com hem d'eliminar totes les fonts de tensió, curtcircuitem la resta del circuit: Veiem que R_1 està en sèrie amb R_2 (per tant podem substituir-les pel seu equivalent

$R_1 + R_2$). La resistència resultant, està en paral·lel amb R_3. Per tant, resolem el circuit simplement com una branca amb la font I_f, R_4 i la resistència equivalent:

$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{R_1+R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}. \tag{1.24}$$

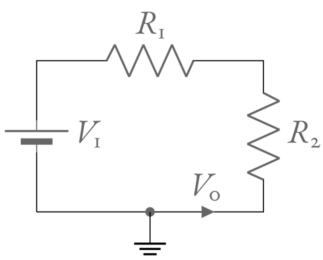


$$\begin{aligned} V_{E4} &= I_f \cdot R_p \\ V_E &= V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \\ &= \frac{V_1 - V_2 + V_3 + I_f(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} R_3. \end{aligned} \tag{1.25}$$

Es pot comprovar que coincideix amb el valor obtingut al primer apartat ($I_2 \cdot R_3$). □

1.5 Aplicacions amb components passius

Un circuit molt senzill, però molt usat és el divisor de tensió, format per dues resistències en sèrie, tal i com mostra el circuit de la figura següent.



Aquest circuit permet adaptar un nivell de tensió (per exemple, de la sortida de un circuit) a un altre nivell de tensió (per exemple, per connectar a un altre circuit). Es pot demostrar fàcilment que la relació entre el senyal de sortida i el d'entrada ve donada per:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_i. \tag{1.26}$$

1.6 Fonts sinusoidals

La idea bàsica de l'enginyeria de telecomunicacions és usar un paràmetre de senyals per a representar o un nombre real o altres senyals. El terme concret és *modular* el transportador per traslladar informació d'un punt a un altre.

Observació 1.23. Ja hem vist que en un circuit existeixen fonts de tensió i fonts de corrent. Aquestes últimes poden generar corrent de dues maneres diferents:

1. En un primer cas el corrent és continu i no hi ha variació temporal. Aquest mode de funcionament s'anomena DC (en anglès Direct Current) (més estrictament, DC correspon a corrents que sempre mantenen la mateixa direcció).
2. En un segon cas podem trobar-nos amb variacions temporals del valor i sentit del corrent, que donaran lloc al corrent altern, AC (en anglès Altern Current).

En el cas de la tensió, també distingim entre DC i AC; a més a més, la representació de les fonts canvia segons si són de corrent continu o de corrent altern.

Figura 9: Diferents representacions de fonts de corrent continu i fonts de corrent altern.

La tensió entre extrems (en moltes ocasions parlem també de borns o terminals) va canviant en funció del temps de forma sinusoïdal. Hem posat aquest exemple perquè és el tipus de font alterna més habitual i, de fet, és el tipus de tensió que arriba a les nostres cases.

Definició 1.24 (Expressió sinusoïdal). És la definició donada per la següent expressió:

$$s(t) = A\cos(2\pi f t + \phi) = A\cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \phi\right), \tag{1.27}$$

on la freqüència f s'expressa en Hz, el temps t i el període T en segons. Podríem treballar amb la freqüència angular $\omega = 2\pi f$. Finalment, ϕ és la fase, i determina el comportament de la ona en l'origen ($t = 0$).

Exercici 1.25. *Mostra que* $\cos(2\pi f n) = \cos(2\pi(f+1)n)$.

Demostració. Partint del fet que $\cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)$:

$$\cos(2\pi(f+1)n) = \cos(2\pi f n)\cos(2\pi n) - \sin(2\pi f n)\sin(2\pi n) = \cos(2\pi f n). \tag{1.28}$$

□

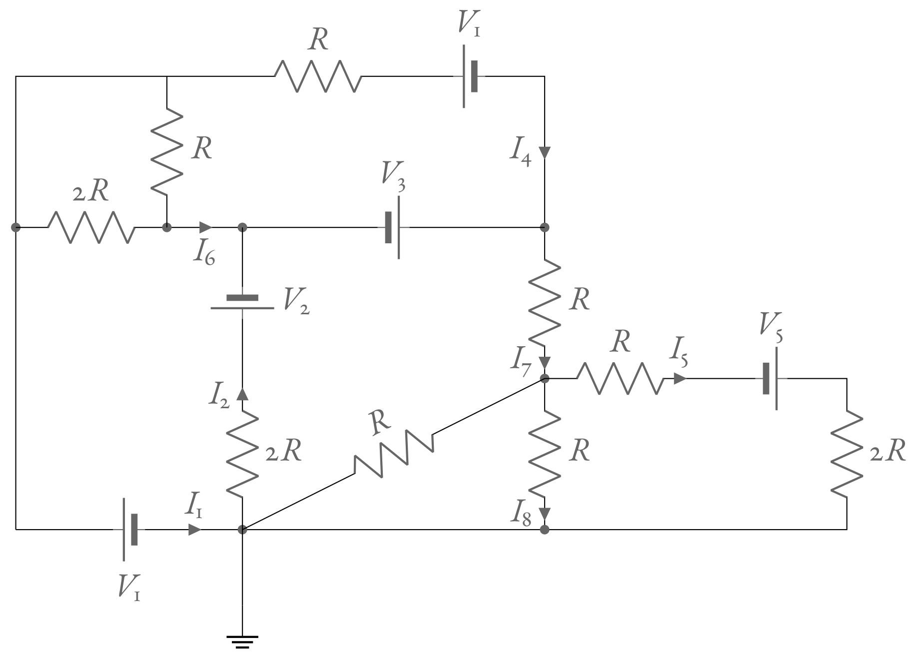
Definició 1.26 (RMS). El valor RMS és el valor d'una senyal periòdica que està definit de la següent maner:

$$\mathrm{rms}[s] = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)dt}, \tag{1.29}$$

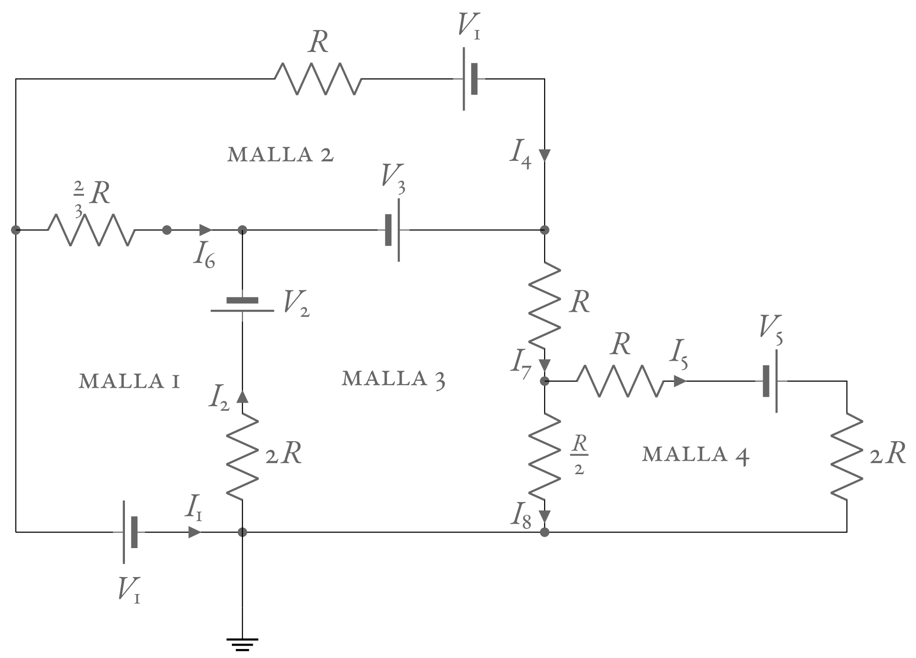
on T està definit com el període de la senyal: el nombre positiu més petit tal que $s(t) = s(t+T)$.

1.7 Problemes finals

Exercici 1.27. *Resol el següent circuit:*



Demostració. Simplifiquem algunes resistències, $R//2R = \frac{2}{3}R$ i $R//R = \frac{R}{2}$, de manera que ens queda dividit en quatre malles:

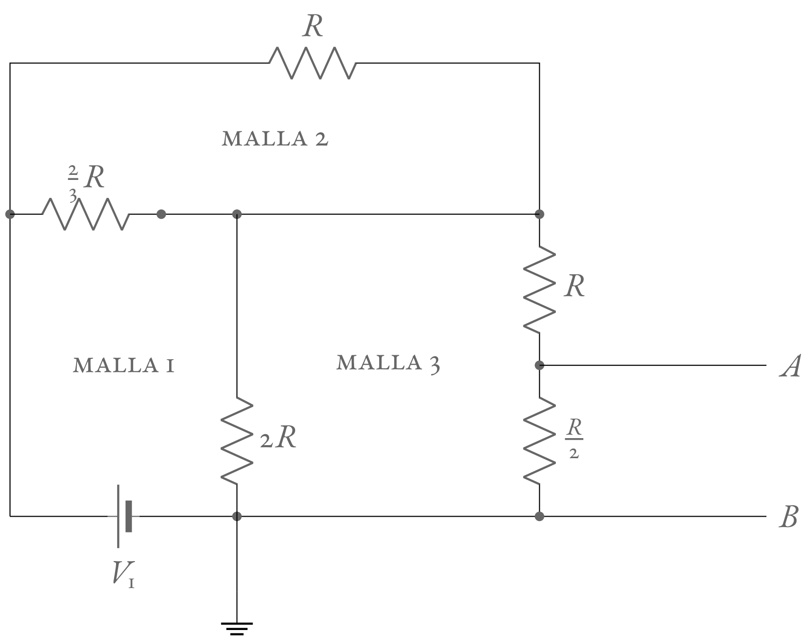


$$\begin{gathered}-V_1 + \tfrac{2}{3}R \cdot I_6 - V_2 - 2R \cdot I_2 = 0 \\ -\tfrac{2}{3}R \cdot I_6 + R \cdot I_4 + V_4 + V_3 = 0 \\ 2RI_2 + V_2 - V_3 + RI_7 + \tfrac{R}{2}I_8 = 0 \\ -\tfrac{R}{2}I_8 + RI_5 - V_5 + 2RI_5 = 0\end{gathered} \tag{1.30}$$

Podem aplicar també la llei dels nusos:

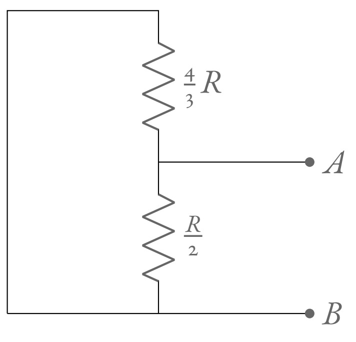
$$\begin{gathered}I_1 + I_4 + I_6 = 0 \\ I_3 = I_6 + I_2 \\ I_7 = I_3 + I_4 \\ I_7 = I_8 + I_5\end{gathered} \tag{1.31}$$

Tot aquest conjunt d'equacions ens dona un sistema molt gran que no resoldrem. Ara se'ns demana resoldre el circuit per Thévelin. Resolem per Thévelin (ignorem la branca dreta...) i obtenim que $R_{th} = \frac{4}{11}R$ i $V_{th} = V_{AB}$:



$$\begin{gathered}R//\frac{2}{3}R = \frac{2}{5}R \\ 2R//(R + \frac{1}{2}R) = \frac{6}{7}R \\ \frac{6}{7}R//\frac{2}{5}R \implies V_C = \frac{\frac{6}{7}}{\frac{6}{7}+\frac{2}{5}}V_1.\end{gathered} \tag{1.32}$$

D'altra banda, la part dreta del circuit ens dona el següent:



$$\frac{4}{3}R//\frac{R}{2} = \frac{4}{11}R. \tag{1.33}$$

$$\begin{aligned} V_A &= \frac{\frac{R}{2}}{R+\frac{R}{2}} V_C = \frac{1}{3} V_C. \\ V_B &= 0 \text{ (és la mateixa que al terra)} \end{aligned} \tag{1.34}$$

□

Amb les relacions característiques d'aquests dos components, es pot demostrar la relació exacta per aquest circuit:

$$\begin{aligned} \left.\begin{aligned} I = \frac{V_f - V_C}{R} = I_C \\ I_C = C\frac{dV_C}{dt} \end{aligned}\right\} \implies \frac{dV_C}{dt} = \frac{1}{RC}(V_f - V_C) \implies \frac{dV_C}{V_C - V_f} = -\frac{1}{RC}dt. \\ \ln(V_c(t) - V_f) - \ln(V_f) = -\frac{1}{RC}t \implies V_c(t) = V_f\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right). \end{aligned} \tag{1.35}$$

2

Díodes

Amb l'arribada dels semiconductors, es va anar un pas més endavant, perquè en aquests es pot regular el corrent elèctric que poden conduir. Això va permetre l'aparició de nous tipus de dispositius, que són la base de l'electrònica actual.

2.1 El díode com a element

Per si mateix, un semiconductor extrínsec, intrínsec, P o N, no té un interès especial en un circuit elèctric. El principal avantatge dels semiconductors apareix quan els ajuntem per fer dispositius més complexos, com ara díodes, transistors, tiristors, etc.

Hi ha materials que condueixen el corrent elèctric millor que altres. Depenent del seu comportament respecte del corrent elèctric tenim tres tipus de materials:

- Els materials aïllants no deixen passar el corrent elèctric.
- Els materials conductors (generalment, els metalls) tenen molts electrons en la banda de conducció, i aquests electrons es mouen lliurement.
- Els materials semiconductors tenen unes característiques especials, que ens permeten regular el corrent que circula a través seu.

Un material serà d'un tipus o d'un altre depenent de com tingui les bandes de valència i de conducció. En els materials conductors, la banda de valència i la de conducció estan sobreposades parcialment. En els materials aïllants, la banda de valència i la de conducció estan molt allunyades (en termes d'energia), de manera que cal aportar molta energia als electrons en banda de valència perquè puguin passar a la banda de conducció. En canvi, en els materials semiconductors les bandes de valència i de conducció són més properes, de manera que no cal aplicar una energia gaire elevada perquè els electrons en banda de valència passin a banda de conducció.

En condicions normals, tant el moviment d'electrons lliures a la banda de conducció com el moviment d'electrons a la banda de valència per a ocupar posicions buides successives es produeix en totes direccions, de manera aleatòria. Per tant, no es forma un corrent elèctric.
Ara bé, si el material semiconductor està travessat per un camp elèctric (com el que genera una font de tensió connectada als extrems del material) els electrons es mouran en aquesta direcció concreta, però en sentit contrari, perquè són càrregues negatives.

1. El primer tipus de moviment que es produeix és el dels electrons lliures, que van de la banda de conducció on es mouen lliurement en direcció contrària al camp elèctric.
2. Els electrons de la banda de valència van ocupant successivament les posicions que van quedant buides. Aquest moviment també es produeix en sentit contrari al camp elèctric.

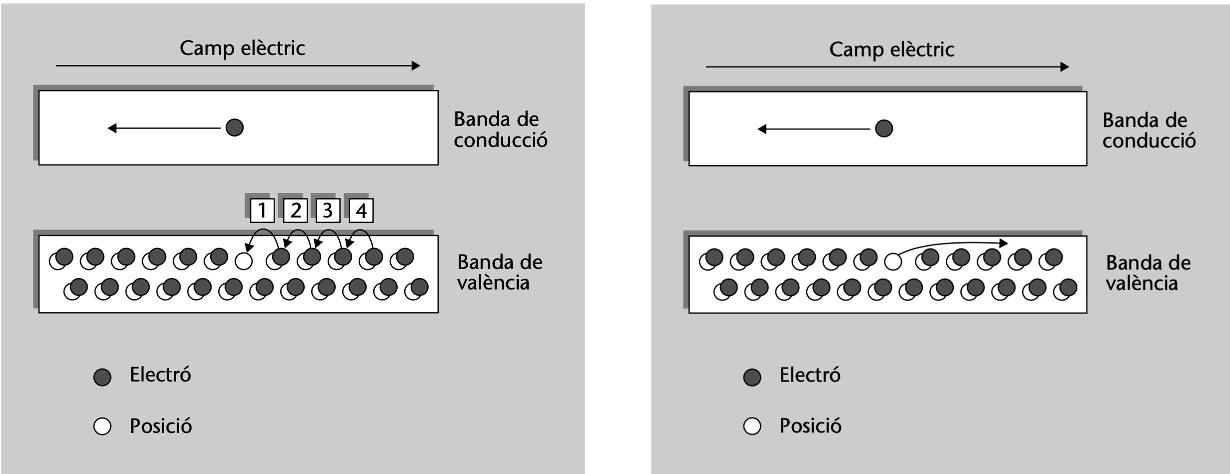


Figura 10: Moviment dels electrons en presència d'un camp elèctric

Aquest segon tipus de moviment és equivalent a considerar que a la banda de valència, en comptes de tenir uns electrons successius que es mouen en sentit contrari al camp elèctric, hi tenim una partícula (la posició buida, que anomenarem **forat**) que es mou en el mateix sentit que el camp elèctric.

Definició 2.1 (Forat). Els forats són les posicions buides que han deixat els electrons en la banda de valència. Tot i que físicament un forat és només la posició on hi havia un electró, elèctricament té la consideració de partícula que té la mateixa càrrega que un electró, però amb signe positiu.

Observació 2.2 (Sentit del corrent elèctric). El corrent elèctric, per definició, és el moviment de càrregues positives. Per tant, en el cas dels semiconductors, el corrent elèctric té el mateix sentit que el moviment dels forats i sentit contrari al moviment dels electrons lliures.

En aquestes condicions, podem substituir un dels àtoms del material semiconductor posant en la seva posició de la xarxa cristal·lina un àtom d'un material diferent, que tingui un electró menys. Això deixarà en el material un forat, que es podrà moure en presència d'un camp elèctric. D'altra banda, també podem substituir aquest àtom per un altre que tingui un electró més, que es podrà moure lliurement en la banda de conducció si hi apliquem un camp elèctric. Si, en comptes de substituir un sol àtom, ho fem amb diversos, estarem afavorint la conducció elèctrica (d'electrons lliures o de forats, segons el tipus de material que afegim) en el semiconductor. Aquesta és la base del dopatge.

- En el dopatge de tipus P, afegim al semiconductor impureses amb forats.
- En el dopatge de tipus N, afegim al semiconductor impureses amb electrons lliures.

Definició 2.3 (La unió PN). Una unió PN és el resultat d'unir dos materials semiconductors, un amb un dopatge de tipus P i l'altre amb un dopatge de tipus N. Amb la unió es produeix un procés de difusió dels portadors, i en les dues regions (P i N) es produeix un procés de recombinació: un electró lliure passa a la banda de valència i s'uneix amb un forat.

El semiconductor P, que al principi era elèctricament neutre, ha perdut forats (càrregues positives) en la zona propera a la unió. D'aquesta manera, mentre es va produint la difusió, en aquesta zona es va generant una càrrega global negativa. Aquesta càrrega exerceix una força de repulsió sobre els electrons lliures del semiconductor N, que va frenant el procés de difusió.
En el semiconductor N hi ha un procés anàleg. Al principi, també era elèctricament neutre, però ha anat perdent electrons lliures (càrregues negatives) en la zona propera a la unió. A mesura que es va produint la difusió, en les zones properes a la unió del semiconductor N va quedant una càrrega global positiva que exerceix una força de repulsió sobre els forats del semiconductor P. Aquest fet també frena el procés de difusió.
El procés de difusió segueix fins a un estat d'equilibri. A la zona de càrrega espacial apareix un camp elèctric que provoca una diferència de potencial entre la zona N i la zona P.

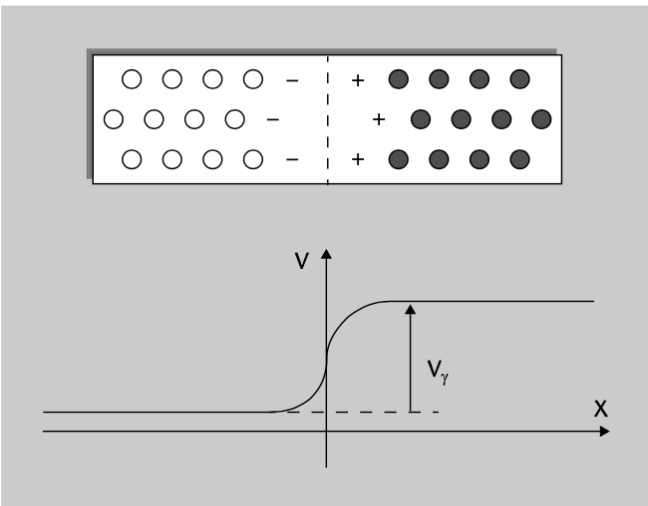


Figura 11: Barrera de potencial generada en la unió PN un cop s'arriba a l'equilibri.

Amb la densitat de càrrega és possible calcular el camp elèctric com a:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}. \tag{2.1}$$

Igualment, aplicant la definició de potencial:

$$-\vec{\nabla} V = \vec{E} \quad V = -\int E dx \tag{2.2}$$

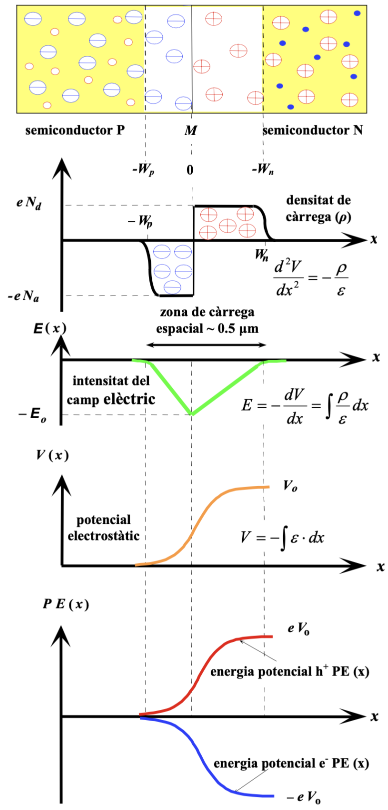


Figura 3.1. Unió *PN*.

Obtenim la variació de potencial electrostàtic a la regió de transició. Es pot observar que aquest potencial esdevé una barrera oposada al moviment per difusió dels forats. Cal recordar que el potencial més gran és una barrera només per a càrregues positives. En el cas dels electrons, simplement es multiplica per −1 i s'obté que també és una barrera oposada a la difusió. L'alçada d'aquesta barrera s'anomena potencial de contacte (V_0).
L'estructura d'unió PN anteriorment descrita es simbolitza mitjançant el símbol que coneixem. Com que només té dues parts, únicament podrem connectar el dispositiu amb dues terminals. Aquesta connexió, demostrarem que no és intercanviable, per la qual cosa la polaritat és molt important.
Es veu com a aquest valor V_0 se li sumarà V_I (V en inversa) i s'obtindrà $V_0' = V_I + V_0$ per tant, aquesta configuració, anomenada *polarització inversa*, impedirà el pas de portadors de corrent i el circuit quedarà obert.

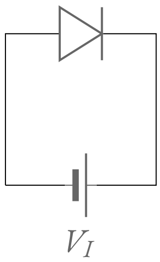


Figura 12: Polarització inversa.

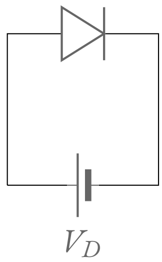


Figura 13: Polarització directa.

Observació 2.4 (Comentaris a la polarització inversa). Si ho mirem des d'un altre punt de vista, tenint en compte que la barrera de potencial té signe negatiu a la zona P i signe positiu a la N i que, a més, la tensió de polarització està posada en aquest mateix sentit, la tendència de la unió PN seria permetre el moviment d'electrons lliures de la zona P a la N, i el moviment de forats de la zona N a la P. Però hi ha un problema: ni a la zona P hi ha electrons lliures (perquè els seus portadors són forats) ni a la zona N hi ha forats (perquè els seus portadors són electrons lliures). És a dir, tal com hem comentat abans, en polarització inversa la unió PN bloqueja el corrent elèctric.

En canvi, si sobre P s'aplica una tensió positiva i sobre N s'aplica una tensió negativa, el valor de V_0 disminuirà. En una primera aproximació serà $V_0' = V_0 - V_D$, de manera que propiciarem el pas de portadors de càrrega quan més tensió directa hi hagi.

Observació 2.5 (Comentaris a la polarització directa). En polarització directa, apliquem una tensió positiva al semiconductor P respecte del semiconductor N. Si la tensió del generador V_f és menor que la barrera de potencial de la unió PN que hem introduït, la tensió global en la unió PN continuarà sent més gran en la zona N respecte de la P, o sigui que ni els forats de la zona P ni els electrons lliures de la N no podran travessar la barrera de potencial. Per tant, en aquesta situació no hi haurà corrent elèctric.
Si la tensió V_f supera la barrera de potencial de la unió PN, la tensió global en la zona d'unió passa a ser més gran en el semiconductor P que en l'N. En aquest cas, es produeix el moviment de forats cap al semiconductor N i d'electrons lliures cap al semiconductor P, de manera que deixa passar el corrent elèctric produït per la font de tensió.

$$I = I_0 (e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1). \tag{2.3}$$

I_0 és el corrent invers de saturació i té un valor de l'ordre del μA, i, finalment:

$$V_T = \frac{kT}{q} \approx \frac{T}{11600} \; (T \text{ en } K) \qquad \begin{cases} k = 1.38 \cdot 10^{-23} J/K \text{ (constant de Boltzmann)} \\ T \text{ temperatura} \\ q \text{ càrrega de l'electró} \end{cases} \tag{2.4}$$

En el díode ideal trobem dos estats de funcionament:

- En directa (ON), quan es troba polaritzat directament. Quan el díode es troba en directa (ON) deixa passar el corrent a través seu. De tota manera, a diferència del que passa en una resistència, entre els seus terminals no cau tensió. Si ens hi fixem, aquest és el comportament que té un curtcircuit.
- En inversa (OFF), quan es troba polaritzat inversament. Quan treballa en inversa (OFF), bloqueja completament el pas de corrent a través seu, però entre els seus terminals cau la tensió que el polaritza. Aquest comportament és idèntic al d'un circuit obert.

En els díodes amb tensió llindar, com el seu propi nom indica, tenim en compte la tensió llindar que apareix en el díode quan treballa en polarització directa.

En aquest cas, tal com havíem avançat, el díode no deixa passar corrent en polarització inversa. Però tampoc no condueix quan, tot i estar en polarització directa, la tensió que se li aplica és més petita que la seva tensió llindar (V_γ). Quan la tensió és més gran que V_γ el díode ja no bloqueja el corrent, i entre els seus terminals queda aquesta tensió V_γ.

Aquest comportament del model simplificat de díode amb tensió llindar és equivalent a tenir un díode ideal en sèrie amb una font de tensió de valor constant V_γ.

2.2 Circuits amb díodes

Definició 2.6. El díode és un dispositiu electrònic de dos terminals, que internament és una unió PN, i que es comporta de manera diferent segons si el corrent passa a través d'un terminal o d'un altre.

Observació 2.7. Per aquest motiu, el díode és un dispositiu no lineal i no podem aplicar el principi de superposició en la resolució dels circuits on es troba. A més, pel mateix motiu no podem calcular els circuits equivalents de Thévenin i de Norton de parts del circuit que continguin díodes.

Com hem vist, el díode té una característica $I(V)$, cosa que significa que sota una tensió V genera una intensitat I. De fet, també una resistència té una característica $I(V)$, però simple i lineal:

$$\begin{aligned} I &= \frac{V}{R}, \text{ relació } I(V) \text{ d'una resistència (lineal).} \\ I &= I_0(e^{\frac{V}{n \cdot V_t}} - 1), \text{ relació } I(V) \text{ d'un díode (exponencial).} \end{aligned} \tag{2.5}$$

És per això que l'aplicació de les lleis de Kirchhoff és una mica més complicada, tot i que es pot entendre el díode com una resistència amb un valor $R = R(V)$ que depèn de la tensió.

Així, doncs, quan introduïm un díode en un circuit, aquest té un efecte de resistència depenent de la tensió que hi passi.

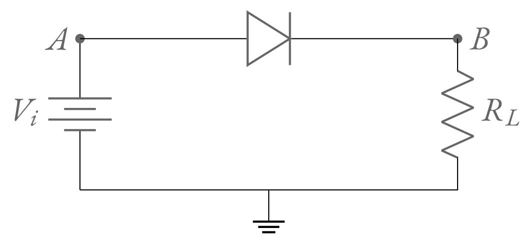


Figura 14: Esquema circuit bàsic díode.

2.3 Díode LED

Definició 2.8 (LED). És un díode que, quan el circuit està en directa i els electrons es troben a la zona de conducció, emet llum.

Observació 2.9. El funcionament d'un LED és, bàsicament, el mateix que el d'un díode rectificador, però amb una tensió llindar més gran.

Els LED es fabriquen amb materials semiconductors diferents dels que es fan servir per a fabricar els díodes. Alguns materials utilitzats són l'arsenur de gal·li, el nitrur de gal·li o el selenur de zinc. D'un LED, sobretot ens interessa saber quan està en zona de conducció, perquè és quan emet llum.

3 Transistors MOSFET

Primerament, distingirem dos tipus de transistors MOSFET:

1. MOSFET d'acumulació o enriquiment i
2. MOSFET de deplexió o empobriment.

3.1 MOSFET d'acumulació

El mode de funcionament electrònic tracta de regular el canal que es forma entre dos terminals i per on circula corrent mitjançant l'aplicació de tensió en un tercer terminal, que rep el nom de porta. Aquest canal, en cas d'existir, permet que hi hagi un corrent I_D de portadors que entren per la font i surten pel drenador.

Es tracta d'electrons per a un semiconductor de tipus N i forats per a un de tipus P. Per tant, es tracta també d'un dispositiu unipolar.

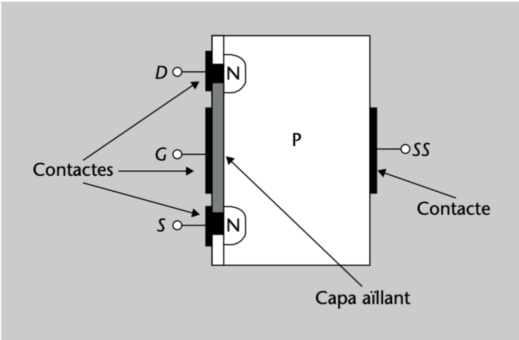


Figura 15: Transistor MOSFET.

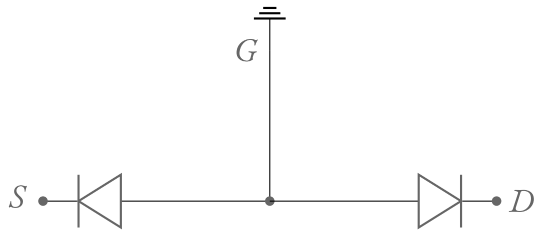


Figura 16: Representació d'un transistor MOSFET.

Inicialment, es parteix d'un bloc de material semiconductor dopat de tipus N o de tipus P. En la figura 15, podeu veure el cas en el qual es parteix d'un material de tipus P. En la part dreta d'aquest bloc, es veu com s'ha creat un contacte i apareix una connexió que rep el nom de terminal de substrat (substrate, SS).
A més, la figura 15 mostra com apareixen dues zones de material amb un dopatge contrari al del bloc usat com a suport inicial. D'aquesta manera, si el bloc és de tipus P, s'han generat dues illes de tipus N, mentre que si el material és de tipus N, es generaran dues zones de tipus P. Sobre cadascuna d'aquestes zones es disposa un contacte que dóna lloc als terminals de font (S, *source*) i drenador (D, *drain*). Per tant, veiem que aquestes dues zones constitueixen dues unions PN enfrontades. Ara, com s'observa en la figura 15, a la zona de separació entre la font i el drenador es disposa d'una fina capa aillant amb un espessor que oscil-la entre majoria de vegades sol ser diòxid de silici, SiO_2.

Observació 3.1. Tenim tres zones de treball: tall, tríode i saturació:

- En tall: $V_{GS} < V_T \implies I_S = I_D = 0$.
- Tríode: $V_{GS} > V_T$ i $V_{DS} < V_{GS} - V_T$.
- Saturació: $V_{GS} > V_T$ i $V_{DS} > V_{GS} - V_T$.

Si $V_G = V_S = V_D = 0$ no pot circular corrent entre S i D.

Si $V_{GS} > V_T$, a l'aplicar-hi una diferència de tensió entre D i S, passarà corrent entre D i S segons la següent corba:

$$\begin{aligned} I_D &= K_n' \cdot \frac{W}{L}\left((V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{1}{2}V_{DS}^2\right), \text{ en tríode} \\ I_D &= \frac{1}{2} \cdot K_n' \cdot \frac{W}{L}(V_{GS} - V_T)^2, \text{ en saturació} \end{aligned} \tag{3.1}$$

Tenim que L, W són les dimensions del canal, longitud (L) i amplada (W). A $\frac{W}{L}$ se l'anomena la relació de l'aspecte. A part, tenim K_n', que és la transconductància, on $K_n' = \mu_n C_{ox}$, on $\mu_n = 580\ cm^2/V \cdot s$ i $C_{ox} = \varepsilon_{ox}/t_{ox}$ ($\varepsilon_{ox} = 3.5 \cdot 10^{-13}\ F/cm$ i t_{ox} el gruix de l'òxid de porta.

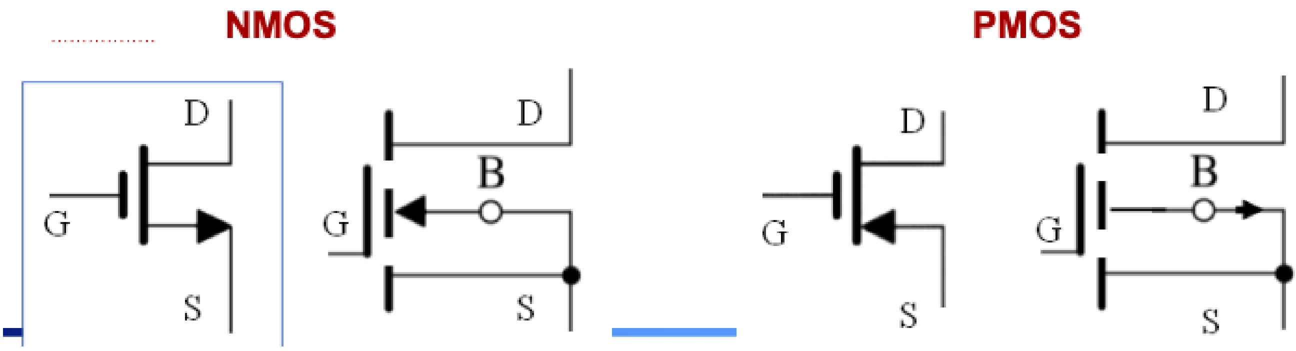


Figura 17: Representació de $NMOS$ i $PMOS$.

Observació 3.2 (Diferència entre esgotament i millora). En els transistors d'efecte de camp (FET), el mode d'esgotament i el mode de millora són dos tipus de transistors principals, que corresponen a si el transistor està en estat d'encesa o apagat a tensió de font zero.

Els MOSFET en mode de millora (FETs d'òxid metàl·lic i semiconductors) són els elements de commutació comuns a la majoria de circuits integrats. Aquests dispositius estan apagats a tensió de font zero. NMOS es pot activar tirant la tensió de la porta més alta que la tensió de la font, PMOS es pot activar tirant de la tensió de la porta més baixa que la tensió de la font. A la majoria de circuits, això vol dir que tirar la tensió de la porta d'un MOSFET en mode de millora cap a la seva tensió de drenatge l'encén.

En un MOSFET en mode d'esgotament, el dispositiu està normalment encès a una tensió de font zero. Aquests dispositius s'utilitzen com a «resistències» de càrrega en circuits lògics (en la lògica $NMOS$ de càrrega d'esgotament, per exemple). Per als dispositius de càrrega d'esgotament de tipus N, la tensió llindar pot ser d'aproximadament $-3V$, de manera que es podria apagar estirant la porta $3V$ negatiu (el drenatge, en comparació, és més positiu que la font en $NMOS$). En $PMOS$, les polaritats s'inverteixen.

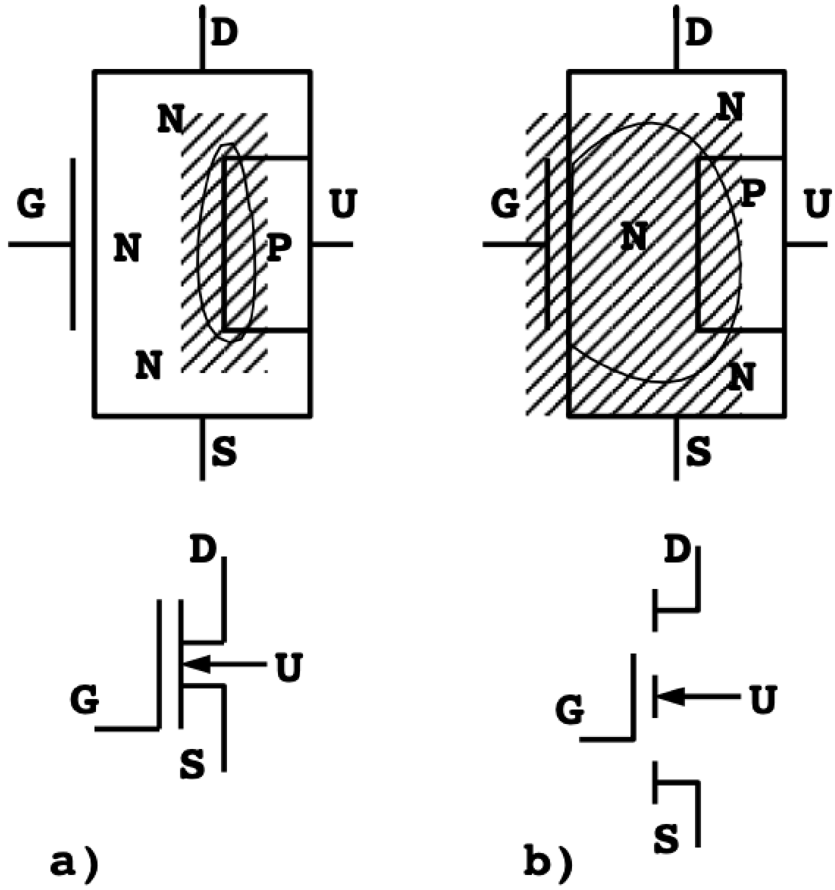


Figura 18: Diferència entre MOSFET d'esgotament i de millora.

Procés 3.3 (Procediment general per a la resolució de circuits)**.**

1. $I_G = 0$ *sempre, ja que facilita la resolució de circuits. En moltes ocasions,* V_G *es podrà obtenir independentment del transistor.*
2. $I_S = I_D$*. Prenem solament una* I *(*I_D*).*
3. *Intentar determinar, a priori, el mode de treball dels transistors o descartar algun. Per exemple, quan es troba en tall (*$V_{DS} > V_{GS} - V_T$ *i* $V_{DG} > V_T$*).*
4. *Si no es coneix el mode, suposem saturació (és més senzill). Expressem les tensions ens funció d'*I_D *i substituïm en l'expressió característica. Obtenim* I_D*.*
5. *Apliquem Kirchhoff a les parts del circuit que siguin necessàries.*
6. *Calculem les tensions a partir dels corrents obtinguts.*
7. *Comprovar que les tensions obtingudes compleixen la condició de saturació (*$V_{GS} > V_T$ *i* $V_{DS} > V_{GS} - V_T$*),*
8. *Si no la compleix, resoldre igualment usant l'expressió en mode de tríode.*

Exemple 3.4 (Aplicació del transistors en un amplificador). En primer lloc, assumim que la operació es troba en saturació: $V_{DS}^T > V_{GS}^T - V_T \implies V_{DS} - v_{DS} > V_{GS} + v_{GS} - V_T$. Hem d'usar, aleshores, la fórmula de la intensitat en saturació:

$$I_D^T = \frac{1}{2}K_n'\frac{W}{L}(V_{GS} + v_{GS} - V_T)^2 = \frac{1}{2}K_n'\frac{W}{L}(V_{GS} - V_T)^2 + K_n'\frac{W}{L}(V_{GS} - V_T)v_{GS} + \frac{1}{2}K_n'\frac{W}{L}v_{GS}^2. \quad (3.2)$$

Com v_{GS} és molt petita comprada amb V_{GS} i V_T,

$$K_n'\frac{W}{L}(V_{GS} - V_T)v_{GS} \gg \frac{1}{2}K_n'\frac{W}{L}v_{GS}^2 \implies v_{GS} \ll 2(V_{GS} - V_T). \quad (3.3)$$

Aquesta és la condició de senyal petit:

$$I_D^T \approx \frac{1}{2}K_n'\frac{W}{L}(V_{GS} - V_T)^2 + K_n'\frac{W}{L}(V_{GS} - V_T)v_{GS} = I_D + i_D, \quad (3.4)$$

on $I_D = \frac{1}{2}K_n'\frac{W}{L}(V_{GS} - V_T)^2$ i $i_D = K_n'\frac{W}{L}(V_{GS} - V_T)v_{GS}$.

Exemple 3.5 (Més aplicacions: CMOS i NMOS).

4 Amplificadors

5 Conversions